Polynomdivision

Besitzt ein Polynom n-ten Grades $p(x):=a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0$ eine Nullstelle bei x_1, so lässt es sich zerlegen in die Form $(x-x_1)q(x)$, wobei $q(x)$ ein Polynom *n-1*-ten Grades ist. Der Algorithmus der Polynomdivision, der im Kern derselbe ist, den wir für das Teilen von ganzen Zahlen irgendwann in unserem Leben kennengelernt haben, lässt sich einfach an einem konkreten Beispiel illustrieren.

Sei unser Ausgangspolynom $p(x):=x^3-9x^2+26x-24$. Eine Nullstelle x_1 wird entweder erraten (oder mit einem Verfahren wie beispielsweise der Regula falsi ermittelt). Hier wäre also $x_1=4$ eine solche Nullstelle.

Wir dividieren also:

$(x^3-9x^2+26x-24):(x-4) \quad = \quad x^2 \qquad$ denn $x^3 : x = x^2$

Da dies natürlich noch nicht stimmt, wird „zurückmultipliziert" - $x^2(x-4)$ und abgezogen:

$-[x^3-4x^2]$

Übrig bleibt:

$-5x^2+26x-24$

Dies wird wiederum dividiert:

$(-5x^2+26x-24):(x-4) \quad = \quad -5x \qquad$ denn $-5x^2 : x = -5x$

Zurückmultipliziert und abgezogen:

$-[-5x^2+20x]$

Damit bleibt übrig:

$6x-24$

Wiederum dividieren:

$(6x-24):(x-4) \quad = \quad 6 \qquad$ denn $6x : x = 6$

Zurückmultipliziert und abgezogen:

$-[6x-24]$

Übrig bleibt: 0. Damit ist das Ende der Division erreicht; das Ergebnis lautet x^2-5x+6, das Ausgangspolynom $p(x)=(x^2-5x+6)(x-4)$.

Nun können mit derselben Methodik oder der Lösungsformel für die quadratische Gleichung etc. die weiteren Lösungen ermittelt werden.

Hinweis: Unter http://www.arndt-bruenner.de/mathe/scripts/polynomdivisionueben.htm findet sich eine interaktive Seite zum Erproben der Polynomdivision! Viel Spaß beim Ausprobieren!